

# Economia Monetária e Financeira

## Aula T6

### 5. Mercado da dívida e taxas de juro

#### 5.1. Medidas de Taxas de Juro

#### 5.2. Comportamento das Taxas de Juro

#### 5.3. Estruturas de Taxas de Juro

#### • Bibliografia

M. Abreu, A. Afonso, V. Escária, C. Ferreira, *Economia Monetária e Financeira*, 3ª edição, Escolar Editora, 2018, CAP 6.

# Mercado da Dívida e Taxas de Juro

## 1. Medidas de Taxas de Juro

1. Valor atual
2. Tipos de instrumentos de crédito
3. Taxa de rendimento até à maturidade - *Yield to maturity*
4. *Outras medidas de taxas de juro*
5. *Taxa de juro e taxa de retorno*
6. *Taxa de juro real e taxa de juro nominal*

# Valor atual, valor presente ou valor atualizado (1)



Fórmula Genérica :

$$VA = \frac{VF}{(1+i)^n}$$

- $VA$  = valor atual (*present value*),
- $VF$  = valor futuro (*future value*)
- $i$  = taxa de juro
- $n$  = número de anos.

Qual o valor atualizado de 100€, a receber daqui a 2,5 anos, sendo  $i=8\%$ ?

$$VA = 100\text{€} / (1.08)^{2.5} = 82.50\text{€}$$

$$\text{Nota: } VF = 82.50\text{€} * (1.08)^{2.5} = 100\text{€}$$

## Valor atual, valor presente ou valor atualizado (2)



Propriedades importantes do VA:

O VA é tanto mais elevado quanto:

1. Mais elevado for o valor futuro (FV).
2. Mais curto for o período de tempo (n) até ao pagamento do valor futuro
3. Mais baixa for a taxa de juro (i)

## Valor atual, valor presente ou valor atualizado (3)



- Qual é o valor atualizado de 250€ a serem pagos daqui a dois anos, se a taxa de juro for 15%?

$$VA = \frac{VF}{(1+i)^n} = \frac{250}{(1+0,15)^2} = 189,04$$

## Tipos de instrumentos de crédito

1. Empréstimo simples (*simple loan*)
2. Empréstimo com prestação fixa (*fixed payment loan*)
3. Obrigação de cupão (*coupon bond*);
  - Obrigação Perpétua (*consol*)
4. Obrigação de cupão zero (*discount bond*)

# Taxa Rendimento até à maturidade (*Yield to Maturity*)



## Empréstimos

**Tx Rendimento até à maturidade (*Yield to maturity*):**

**Taxa de juro que iguala o valor atual (ou preço de mercado) de um título de dívida ao valor atualizado de todos os pagamentos futuros,**

### 1. Empréstimo simples (*simple loan*)

**Expressão geral**

$$ME = \frac{PF}{(1+i)^n}$$

*ME* = montante do empréstimo (*loan value*)

*PF* = pagamento futuro fixo, pagamento único neste caso (*fixed payment*)

*i* = taxa de rendimento até à maturidade (*yield to maturity*)

*n* = número de anos até à maturidade (*time to maturity*)

**Caso de empréstimo a 1 ano: montante, 100, PF = 110.**

$$ME = \frac{PF}{(1+i)^1} \Rightarrow i = \frac{PF - ME}{ME} \Leftrightarrow i = \frac{110 - 100}{100} = 10\%$$

# Taxa Rendimento até à maturidade (*Yield to Maturity*)

## Empréstimos



### 2. Empréstimo com prestação fixa (Fixed payment loan)

**Expressão geral**

$$ME = \frac{PF}{(1+i)} + \frac{PF}{(1+i)^2} + \frac{PF}{(1+i)^3} + \dots + \frac{PF}{(1+i)^n}$$

Ex: empréstimo de 1000€ a ser amortizado em 25 prestações anuais

$$1000 = \frac{126}{(1+i)} + \frac{126}{(1+i)^2} + \frac{126}{(1+i)^3} + \dots + \frac{126}{(1+i)^{25}}$$

$i = 12\%$ .

# Taxa de Rendimento até à maturidade (*Yield to Maturity*)

## Obrigações

### 3. Obrigações de Cupão (*Coupon Bond*)

$$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{F}{(1+i)^n}$$

$P$  = preço da obrigação (*price of a coupon bond*)

$C$  = pagamento anual do cupão (*yearly coupon payment*)

$F$  = valor facial da obrigação (*face value, par value*)

$i$  = taxa de rendimento até à maturidade

$n$  = número de anos até à maturidade

**Exemplo: obrigação a 10 anos, taxa de cupão (C/F), 10%, valor facial, 1000€**

$$P = \frac{100}{1+i} + \frac{100}{(1+i)^2} + \frac{100}{(1+i)^3} + \dots + \frac{100}{(1+i)^{10}} + \frac{1000}{(1+i)^{10}}$$

**Perpétua ou Consol:**

Pagamento fixo de  $C$ € para sempre

$$i = \frac{C}{P}$$

# Exercício

- Qual o preço de uma obrigação com taxa de cupão de 10%, valor facial de 1000€ e 2 anos de maturidade, sendo a taxa de juro de 12,25%?

$$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{F}{(1+i)^2}$$

$$P = \frac{100}{1+0.1225} + \frac{100}{(1+0.1225)^2} + \frac{1000}{(1+0.1225)^2}$$

$$P = 962.09$$

## Taxa de Rendimento até à maturidade (*Yield to Maturity*): Obrigações

### 4. Obrigação de cupão zero (*Discount Bond*)

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} \quad \text{se } n = 1 \quad i = \frac{F - P}{P}$$

**Ex: Obrigação de cupão zero,  $P = €900$ ,  $F = €1000$ , 1 ano de maturidade**

$$i = \frac{1000 - 900}{900}$$

# Relação entre Preço e Taxa de juro de uma obrigação



## Quadro 1

Taxa de Rendimento até à maturidade de Obrigações com taxa de cupão de 10%, 10 anos de maturidade e valor facial de 1000€

Preço da Obrigação	Tx de Juro
1200	7.13
1100	8.43
1000	10.00
900	11.75
800	13.81

$$P = \frac{C}{(1+i)} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \frac{C}{(1+i)^4} + \frac{C}{(1+i)^5} + \frac{C}{(1+i)^6} + \frac{C}{(1+i)^7} + \frac{C}{(1+i)^8} + \frac{C}{(1+i)^9} + \frac{C}{(1+i)^{10}} + \frac{F}{(1+i)^{10}}$$

# Relação entre Preço e Taxa de juro de uma obrigação



Taxa de Rendimento até à maturidade de Obrigações com taxa de cupão de 10%, 10 anos de maturidade e valor facial de 1000€

Preço da Obrigação	Tx de Juro
1200	7.13
1100	8.43
1000	10.00
900	11.75
800	13.81

## Elementos interessantes do quadro

1. Preço e Tx de Juro estão negativamente relacionados.
2. Quando a obrigação está ao par, a taxa de juro é igual à taxa de cupão.
3. Tx de juro é mais elevada que a taxa de cupão quando o preço da obrigação está abaixo do par.

# Rendimento Corrente

(*Current Yield*)

## Duas características

$$i_c = \frac{C}{P}$$

1. É uma boa aproximação da taxa de rendimento até à maturidade, em particular quando o preço está próximo do par e quando a maturidade é longa.
2. Alterações do rendimento corrente assinalam sempre alterações na mesma direcção da taxa de rendimento até à maturidade (*yield to maturity*).

# Rendimento atualizado

*Yield on a discount basis ou Discount Yield*

$$i_{db} = \frac{F - P}{F} \times \frac{360}{\text{dias ate a maturidade}}$$

Exemplo: Obrigação de cupão zero, 1 ano,  $P = €900$ ,  $F = €1000$

$$i_{db} = \frac{1000 - 900}{1000} \times \frac{360}{365} = 0.099 = 9,9\%$$

## Duas Características

1. Subestima a taxa de rendimento até à maturidade.  
Quanto maior a maturidade, mais importante é a subavaliação.
2. Alterações do Rendimento atualizado assinalam sempre alterações na mesma direção da taxa de rendimento até à maturidade (*yield to maturity*).

## Taxa de Retorno (*Rate of Return*)

Obrigação detida durante 1 ano

$$RET = \frac{C + P_{t+1} - P_t}{P_t} = i_c + g$$

onde:  $i_c = \frac{C}{P_t} = \text{Rendimento Corrente (current yield)}$

$$g = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} = \text{Taxa de mais-valia (capital gain)}$$

# Relação entre Taxa de Juro e Taxa de Retorno



## Quadro 2

Retorno de um investimento de um ano em obrigações com diferentes maturidades, quando a taxa de juro sobe de 10% para 20%

Maturidade inicial	Tx.Rendim. Corrente %	Preço inicial €	Preço no ano seguinte €	Tx de mais valia %	Tx de retorno %
30	10	1000	503	-49.7	-39.7
20	10	1000	516	-48.4	-38.4
10	10	1000	597	-40.3	-30.3
5	10	1000	741	-25.9	-15.9
2	10	1000	917	-8.3	+1.7
1	10	1000	1000	0	+10

$$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{F}{(1+i)^n}$$

- Calculo do preço no ano seguinte

$$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{F}{(1+i)^n}$$

- Com uma maturidade inicial de 2 anos, o preço, no ano da compra:

$$P = \frac{C}{(1+i)} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{F}{(1+i)^2}$$

Um ano depois da compra, a maturidade da obrigação = maturidade inicial – 1 ano

$$P = \frac{C}{(1+i)^{2-1}} + \frac{F}{(1+i)^{2-1}} = \frac{100}{1+0,2} + \frac{1000}{1+0,2} = \frac{1100}{1,2} = 917$$

(Coluna 5)

$$\text{Tx de mais-valia} = g = (P_{t+1} - P_t) / P_t$$

$$\text{Tx de mais-valia} = g = (917 - 1000) / 1000 = - 8,3\%$$

(coluna 6)

$$\text{Taxa de Retorno} = i_c + g$$

$$i_c = C / P_t = 100 / 1000 = 10\%$$

$$\text{Taxa de Retorno} = 10\% - 8,3\% = 1,7\%$$

# Maturidade e Volatilidade do Retorno das Obrigações

## Ideias importantes do quadro 2

1. Só obrigações, maturidade=período de detenção da obrigação →  
Taxa de Retorno = Taxa de juro
1. Obrigações com maturidade > período de detenção:  $i \uparrow \rightarrow P \downarrow$
2. Quanto maior a maturidade, maior a variação % do preço associada variação tx. juro
3. Quanto maior a maturidade, maior a variação do retorno devida a alterações da taxa de juro
4. Obrigações com taxa de juro inicial elevada podem ter taxas de retorno negativas se  $i \uparrow$  muito

## Conclusão

1. Preços e retornos são mais voláteis para obrigações de longo prazo porque têm risco de taxa de juro mais elevado
2. Não existe risco de taxa de juro para obrigações se a maturidade for igual ao período de detenção

# Taxa de Juro Real e Nominal



## Taxa de Juro Real

**Taxa de juro ajustada pelas expectativas (de evolução) do nível de preços**

$$i_r = i - \pi^e$$

1. Taxa de juro real é um melhor indicador do verdadeiro custo do empréstimo.
2. Quando as taxas reais estão baixas, há mais incentivos para contrair empréstimos e menos incentivos para emprestar.

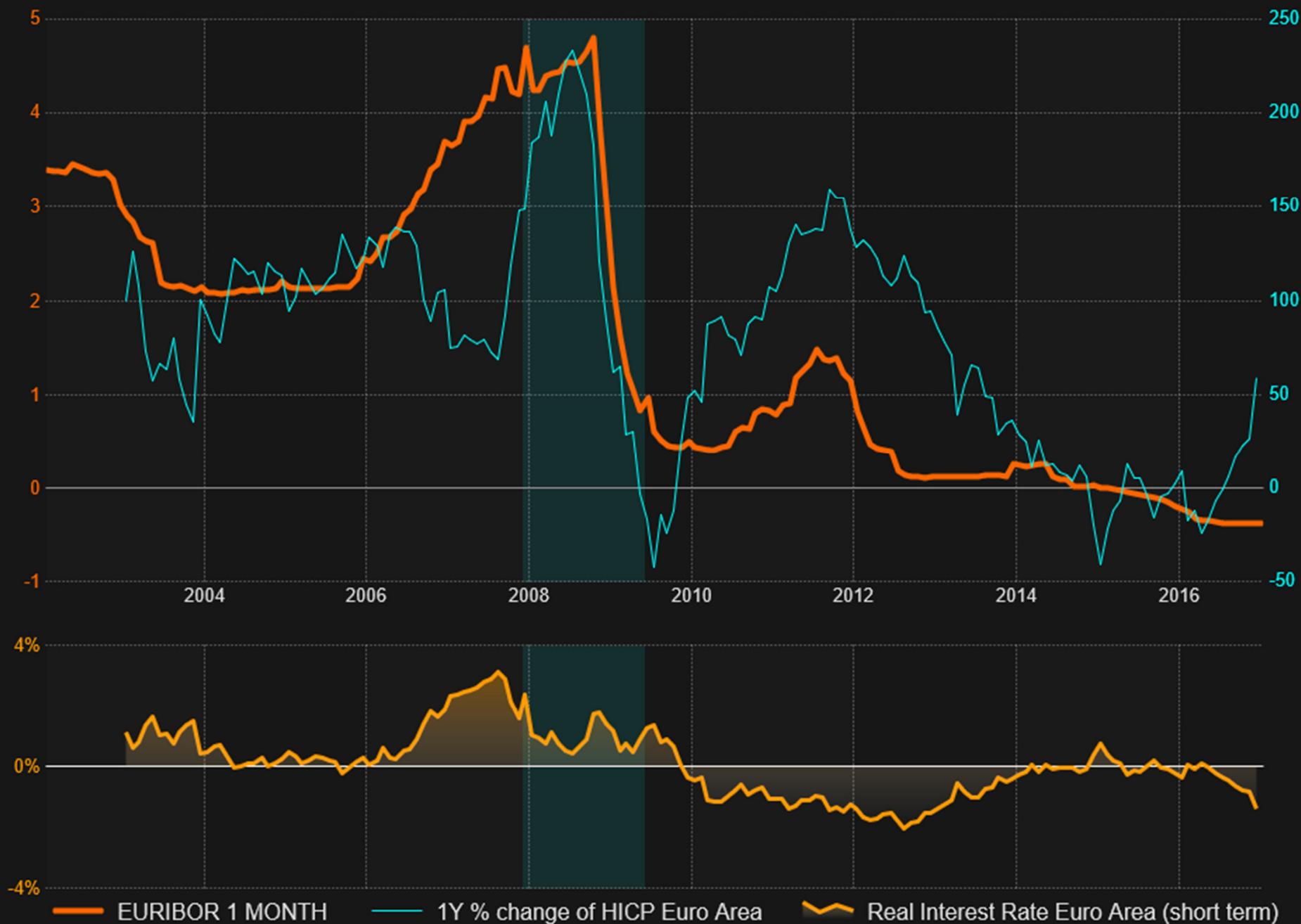
**se  $i = 5\%$  e  $\pi^e = 3\%$  então:**

$$i_r = 5\% - 3\% = 2\%$$

**se  $i = 8\%$  e  $\pi^e = 10\%$  então:**

$$i_r = 8\% - 10\% = -2\%$$

# Taxa de Juro Real Area do Euro



Source: Thomson Reuters Datastream